Método Axiomático e Teorias Formais

#04

Lógica Proposicional

Proposições: sentenças declarativas às quais podemos atribuir um valor lógico – V ou F.

Conectivos lógicos:

- Negação ($\neg$)
- Conjunção ($\wedge$)
- Disjunção ($\vee$)
- Condicional ($\rightarrow$)
- Bicondicional ($\leftrightarrow$)

Tabela verdade

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

Exemplo: $\Big(\big((\neg p) \vee q\big) \rightarrow r\Big)$

p	q	r	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$(\neg p \vee q) \rightarrow r$

Exemplo: $\Big(\big((\neg p) \vee q\big) \rightarrow r\Big)$

p	q	r	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$(\neg p \vee q) \rightarrow r$
V	V	V			
V	V	F			
V	F	V			
V	F	F			
F	V	V			
F	V	F			
F	F	V			
F	F	F			

Exemplo: $\Big(\big((\neg p) \vee q\big) \rightarrow r\Big)$

p	q	r	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$(\neg p \vee q) \rightarrow r$
V	V	V	F		
V	V	F	F		
V	F	V	F		
V	F	F	F		
F	V	V	V		
F	V	F	V		
F	F	V	V		
F	F	F	V		

Exemplo: $\Big(\big((\neg p) \vee q\big) \rightarrow r\Big)$

p	q	r	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$(\neg p \vee q) \rightarrow r$
V	V	V	F	V	
V	V	F	F	V	
V	F	V	F	F	
V	F	F	F	F	
F	V	V	V	V	
F	V	F	V	V	
F	F	V	V	V	
F	F	F	V	V	

Exemplo: $\Big(\big((\neg p) \vee q\big) \rightarrow r\Big)$

p	q	r	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$(\neg p \vee q) \rightarrow r$
V	V	V	F	V	V
V	V	F	F	V	F
V	F	V	F	F	V
V	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F
F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	F

Exemplo: $\Big(\big((\neg p) \vee q\big) \rightarrow r\Big)$

p	q	r	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$(\neg p \vee q) \rightarrow r$
V	V	V	F	V	V
V	V	F	F	V	F
V	F	V	F	F	V
V	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F
F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	F

Tautologia e contradição

Uma tautologia (contradição) é uma proposição que assume o valor lógico V (F) para qualquer atribuição de valores às suas variáveis proposicionais.

Exemplos:

- $\big(p \vee (\neg p)\big)$ é uma tautologia.
- $\big(p \wedge (\neg p)\big)$ é uma contradição.

Teoria Formal L para a Lógica Proposicional

Símbolos:

- $\neg, \rightarrow$ (conectivos primitivos)
- $A_1, A_2, \ldots$ (letras sentenciais)
- $(,)$ (símbolos auxiliares)

Fórmulas:

- Todas as letras sentenciais são fórmulas;
- Se B e C são fórmulas, então $(\neg B)$ e $(B \rightarrow C)$ também são fórmulas.

Teoria Formal L para a Lógica Proposicional

Axiomas: Se B, C e D são fórmulas de L, então são axiomas de L:

(A1) $\big(B \to (C \to B)\big)$

(A2) $\Big(\big(B \to (C \to D)\big) \to \big((B \to C) \to (B \to D)\big)\Big)$

(A3) $\Big(\big((\neg C) \to (\neg B)\big) \to \big((\neg C) \to B\big) \to C\big)\Big)$

Teoria Formal L para a Lógica Proposicional

Regra de inferência – Modus Ponens (MP):
C é consequência de B e $(B \rightarrow C)$.

Definições:

(D1) $(B \wedge C) =_{def} \neg\big(B \rightarrow (\neg C)\big)$

(D2) $(B \vee C) =_{def} \big((\neg B) \rightarrow C\big)$

(D3) $(B \leftrightarrow C) =_{def} \big((B \rightarrow C) \wedge (C \rightarrow B)\big)$

Resultados metamatemáticos para L

Corretude: L demonstra somente tautologias.

Completude: toda tautologia possui prova em L.

Decidibilidade: existe um procedimento efetivo para decidir se uma fórmula da teoria possui ou não prova.

Número Imaginário

numeroimaginario.com.br